

Devoir à rendre

Résolution numérique des EDO

Consignes

- Justifiez vos calculs et indiquez les étapes intermédiaires.
- Vous pouvez utiliser un logiciel pour les tracés (Python, GeoGebra, etc.).
- Rendu manuscrit lisible ou PDF dactylographié accepté.
- Barème sur 20 points.

Problème à résoudre :

On considère le problème de Cauchy suivant :

$$y'(t) = t - y(t), \quad y(0) = 1$$

sur l'intervalle $[0, 1]$, avec un pas $h = 0,2$.

Question 1 : Méthode d'Euler explicite (5 pts)

1. (4 pts) Appliquer la méthode d'Euler pour calculer les valeurs approximatives de y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 .
2. (1 pt) Tracer le graphe de la solution approchée sur l'intervalle.

Question 2 : Méthode de Heun (Euler amélioré) (5 pts)

1. (4 pts) Appliquer la méthode de Heun avec le même pas $h = 0,2$.
2. (1 pt) Comparer les résultats avec ceux de la méthode d'Euler.

Question 3 : Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (6 pts)

1. (5 pts) Calculer y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 avec RK4.
2. (1 pt) Tracer la courbe obtenue sur le même graphique que les deux précédentes.

Question 4 : Erreur et comparaison (4 pts)

1. (2 pts) La solution exacte est $y(t) = t - 1 + 2e^{-t}$. Calculer l'erreur absolue au point $t = 1$ pour chaque méthode.
2. (2 pts) Quelle méthode est la plus précise ? Pourquoi ?

Barème proposé :

Question 1 (Euler)	5 pts
Question 2 (Heun)	5 pts
Question 3 (RK4)	6 pts
Question 4 (Erreur)	4 pts
Total	20 pts