

Devoir à rendre

Intégration numérique

Consignes

- Justifiez toutes vos réponses.
- Vous pouvez rendre ce devoir scanné (lisible) ou en PDF (recommandé).
- Vous pouvez utiliser une calculatrice ou un logiciel comme Python/GeoGebra pour vérifier.

Donnée :

On souhaite approximer l'intégrale :

$$I = \int_1^3 \ln(x+1) dx$$

en utilisant différentes méthodes numériques.

Question 1 : Méthode des rectangles (5 pts)

1. (2 pts) Appliquer la méthode des rectangles à gauche avec $n = 4$ sous-intervalles.
2. (2 pts) Appliquer la méthode des rectangles à droite avec $n = 4$.
3. (1 pt) Comparer les deux résultats obtenus.

Question 2 : Méthode des trapèzes (5 pts)

1. (3 pts) Appliquer la méthode des trapèzes avec $n = 4$.
2. (2 pts) Comparer avec le résultat exact (à l'aide d'un logiciel ou calcul formel).

Question 3 : Méthode de Simpson (5 pts)

1. (3 pts) Appliquer la méthode de Simpson avec $n = 4$ (nombre pair).
2. (2 pts) Estimer l'erreur de la méthode de Simpson (utiliser $f^{(4)}(x)$ majoré sur l'intervalle).

Question 4 : Étude de convergence (5 pts)

1. (3 pts) Calculer l'approximation de I avec la méthode des trapèzes pour $n = 2, 4, 8$.
2. (2 pts) Observer la convergence et discuter l'ordre d'erreur.

Barème proposé :

Question 1 (Rectangles)	5 pts
Question 2 (Trapèzes)	5 pts
Question 3 (Simpson)	5 pts
Question 4 (Convergence)	5 pts
Total	20 pts