

Devoir à rendre

Interpolation polynomiale

Consignes

- Rédigez soigneusement vos réponses en justifiant toutes les étapes.
- Vous pouvez rendre votre devoir manuscrit (scanné lisiblement) ou dactylographié (PDF recommandé).
- Barème sur 20 points.

Données :

On considère la fonction $f(x) = \ln(x)$ et les points suivants :

x_i	1	2	4
$f(x_i)$	0	$\ln(2)$	$\ln(4)$

Question 1 : Interpolation de Lagrange (6 pts)

1. Construire le polynôme d'interpolation de Lagrange $P_2(x)$ passant par les trois points donnés. (3 pts)
2. Simplifier $P_2(x)$ sous forme développée. (1 pt)
3. Calculer une valeur approchée de $f(3)$ à l'aide de $P_2(x)$, et comparer avec $\ln(3)$. (2 pts)

Question 2 : Interpolation de Newton (6 pts)

1. Calculer les différences divisées et écrire le polynôme de Newton $P_2(x)$. (3 pts)
2. Vérifier que $P_2(x)$ est identique à celui de Lagrange. (1 pt)
3. Discuter l'intérêt de la forme de Newton pour l'ajout de points. (2 pts)

Question 3 : Étude graphique et erreur (4 pts)

1. Tracer $f(x) = \ln(x)$ et $P_2(x)$ sur l'intervalle $[1, 4]$. (2 pts)
2. Estimer graphiquement ou numériquement l'erreur maximale sur $[1, 4]$. (2 pts)

Question 4 : Réflexion (4 pts)

1. Peut-on toujours améliorer l'approximation en ajoutant plus de points ? Justifiez. (2 pts)
2. Quelle autre méthode pourrait-on utiliser pour éviter les oscillations ? (2 pts)

Barème proposé :

Question 1 (Lagrange)	6 pts
Question 2 (Newton)	6 pts
Question 3 (Graphique & erreur)	4 pts
Question 4 (Réflexion)	4 pts
Total	20 pts