

TP4 diagnostic des systèmes

Synthèse du générateur de résidus par espace de parité

L'idée de base de l'approche par espace de parité est de vérifier la cohérence entre les relations mathématiques du système et les mesures (relations de redondance analytique). Supposons en effet qu'une mesure puisse s'exprimer en fonction des autres par une relation connue. La différence entre la mesure et sa valeur calculée à l'aide du modèle est appelé résidu. Si le résidu est nul, les mesures sont cohérentes par rapport au modèle, le système est déclaré sans défaut. L'approche par espace de parité suppose donc la connaissance d'un modèle mathématique du système. Il existe deux types de relation de redondance analytique :

- La redondance statique
- La redondance dynamique

Exemple .

Soit le système défini par la représentation d'état discrète suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

avec :

$$F = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k)], \quad y(k) = [y_1(k) \ y_2(k)]^T, \quad u(k) = [u_1(k) \ u_2(k)]^T$$

La redondance de ce système est donnée par :

Auto-redondance pour C_1 : La matrice d'observabilité réduite par rapport à $y_1(t)$ est égale à $(C_1 \ C_1 F)^T$, à laquelle on rajoute la ligne $C_1 F^2$ pour obtenir la redondance s'écrit :

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_1(k+1) \\ y_1(k+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_1 F \\ C_1 F^2 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C_1 G & 0 \\ C_1 F G & C_1 G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{pmatrix}$$

Après calcul, on obtient :

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_1(k+1) \\ y_1(k+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.25 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{pmatrix}$$

En éliminant les variables d'état entre ces trois équations, on obtient la relation d'auto-redondance sur le premier capteur

$$r_1(k) = y_1(k) - 0.6y_1(k-1) + 0.05y_1(k-2) - u_1(k-2) - u_2(k-2)$$

Auto-redondance pour C_2 : La matrice d'observabilité réduite par rapport à $y_2(t)$ est égale à

$(C_2 \quad C_2 F)^T$, à laquelle on rajoute la ligne $C_2 F^2$ pour obtenir la redondance s'écrit :

$$\begin{pmatrix} y_2(t) \\ y_2(k+1) \\ y_2(k+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 \\ C_2 F \\ C_2 F^2 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C_2 G & 0 \\ C_2 F G & C_2 G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{pmatrix}$$

Après calcul, on obtient :

$$\begin{pmatrix} y_2(t) \\ y_2(k+1) \\ y_2(k+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.1 & 0.5 \\ 0 & 0.01 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{pmatrix}$$

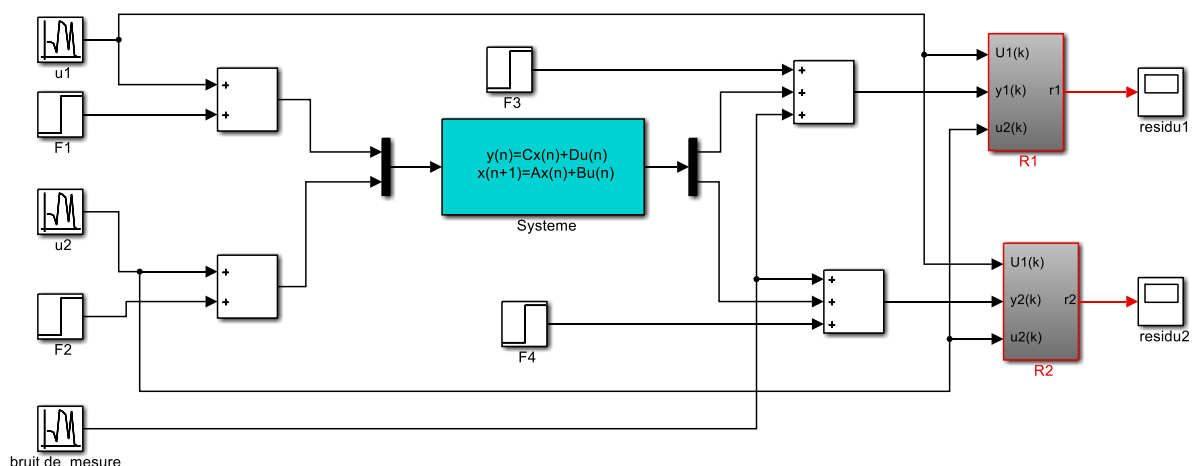
En éliminant les variables d'état entre ces trois équations, on obtient la relation d'auto redondance sur le premier capteur

$$r_2(k) = y_2(k) - 0.6y_2(k-1) + 0.05y_2(k-2) - u_1(k-1) + 0.5u_1(k-2) + 0.4u_2(k-2)$$

le vecteur d'auto redondance, $r(k) = \begin{pmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{pmatrix}$, s'écrit :

$$\begin{cases} r_1(k) = y_1(k) - 0.6y_1(k-1) - 0.05y_1(k-2) - u_1(k-2) - u_2(k-2) \\ r_2(k) = y_2(k) - 0.6y_2(k-1) + 0.05y_2(k-2) - u_1(k-1) + 0.5u_1(k-2) + 0.4u_2(k-2) \end{cases}$$

Simulation : soit le fichier Matlab réaliser pour la simulation d'un générateur de résidus.



Fichier de Simulink pour auto – redondance

Inter- redondance : La matrice d'observabilité réduite par rapport à

$$\begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_1(k+1) \\ y_2(k) \\ y_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_1 F \\ C_2 \\ C_2 F \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ C_1 G \\ 0 \\ C_2 G \end{pmatrix} u(k)$$

On obtient :

$$\begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_1(k+1) \\ y_2(k) \\ y_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.1 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{pmatrix}$$

D'où la relation d'inter-redondance :

$$r_3(k) = 0.4 y_1(k) - 0.2 y_1(k-1) + y_2(k) - 0.5 y_2(k-1) - u_1(k-1)$$

Complété le fichier Simulink pour les trois redondances :

Tracer **R1 et R2 et R3** pour chaque cas dans la même figure puis Interprété les résultats pour chaque cas

- 1) Pour entre f(U1) sans défaut avec bruit : Une entrée **U1** sous forme d'un bruit a une valeur moyenne 0, est Variance 1 et pas d'échantillonnage 0.1
- 2) Pour entre f(U1) avec défaut : Une entrée **U1** sous forme d'un bruit a une valeur moyenne 0, est Variance 1 et pas d'échantillonnage 0.1 et défaut sous forme d'impulsion d'amplitude 5 a l'instant 15s
- 3) Pour entre f(U1) avec défaut est sans bruit : Une entrée **f(U1)** un défaut sous forme d'impulsion d'amplitude 5 à l'instant 15s
- 4) Pour entre f(U2) sans défaut avec bruit : Une entrée **U2** sous forme d'un bruit a une valeur moyenne 0, est Variance 1 et pas d'échantillonnage 0.1
- 5) Pour entre f(U2) avec défaut : Une entrée **U2** sous forme d'un bruit a une valeur moyenne 0, est Variance 1 et pas d'échantillonnage 0. défaut sous forme d'impulsion d'amplitude 5 a l'instant 30s
- 6) Pour entre f(U1) avec défaut est sans bruit : Une entrée **f(U1)** un défaut sous forme d'impulsion d'amplitude 5 à l'instant 30s .
- 7) Répété le même chose avec fy1 et fy2

