الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

جامعة د.الطاهر مولاي– سعيدة

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير — السنة الثانية LMD

**الدكتور: غوتي محمد**

## سلسلة الأعمال الموجهة 01 ( التوزيعات الاحتمالية المتصلة)

**التمرين الأول:**

ليكن لديك المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 50 و تباين 36. المطلوب:

1- تحويل قيم المتغير العشوائي X إلى متغير عشوائي يكون يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

2-إيجاد القيم المعيارية المقابلة للقيم: $x_1= 56$ , $x_2= 32$ , $x_3= 50$

**التمرين الثاني:**

إذا كان $Z \backsim N(0;1)$ أوجد:

1) $P(Z < 0.45)$
2) $P(Z > 2.75)$
3) $P(Z > -2)$
4) $P(1 < Z < 3)$

**التمرين الثالث:**

لديك متغير عشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي متوسطه 50 و تباينه 16، سحبت مفردة منه، فما هو إحتمال أن:

1) $P(X < 58)$
2) $P(X > 55)$
3) $P(X < 47)$
4) $P(40 < X < 60)$

**التمرين الرابع:**

ليكن X متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 12 و انحرافه 3، عين القيم a ,b ,c بحيث:

1) $P(X < a) = 0.88$
2) $P(X > b) = 0.75$
3) $P(b < X < c) = 0.6$

**التمرين الخامس:**

تتخذ أطوال 1000 طالب توزيعا طبيعيا وسطه الحسابي 160سم و انحرافه المعياري 10سم، أوجد:

1-نسبة الطلبة الذين تقل أطوالهم عن 170 سم.

2-النسبة المئوية للطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 180 سم.

3-عدد للطلبة الذين تتراوح أطوالهم بين 175 سم و 165 سم.

4-عدد الطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 175 سم.

**التمرين السادس:**

في منطقة معينة 0,88 من الرواتب الفردية تزيد عن 10825 دج، نفرض أن الرواتب الشهرية الفردية في هذه المنطقة تخضع إلى التوزيع الطبيعي بإنحراف معياري 1000 دج.

1- ما هو متوسط الرواتب الشهرية الفردية في هذه المنطقة.

2- أوجد نسبة الأشخاص الذين تتراوح رواتبهم بين 11820 دج و 12500 دج.

**التمرين السابع:**

في منطقة معينة يخضع الدخل الفردي اليومي إلى التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 100 دج، إن الدراسة التي أجريت في هذه المنطقة أثبتت أن 0,24 من الأفراد يعتبرون فقراء( حدد مستوى الفقر بدخل يومي قدره 800 دج حسب مقاييس البنك العالمي).

- ما هي قيمة متوسط الدخل اليومي في المنطقة.

**التمرين الثامن:**

1) أوجد قيمة t التي تقع المساحة $\alpha$ على يمينها بدرجة حرية $\nu$:

a) $t[0.01\ ,7]$

b) $t[0.95\ ,14]$

2) أوجد قيم $\alpha$ و $\nu$ بحيث :

c) $t[\alpha\ ,7] = 1.895$

d) $t[0.995\ ,\nu] = -2.878$

## التصحيح

**التمرين الأول:**

X متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 50 و تباين 36.

$x \rightsquigarrow N(\mu; \sigma^2) \quad \Longrightarrow \quad x \rightsquigarrow N(50; 36)$

1- تحويل قيم المتغير العشوائي X إلى متغير عشوائي $Z$ يتبع التوزيع الطبيعي المعياري:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

2- حساب القيم المعيارية المقابلة للقيم: $x_1 = 56$ , $x_2 = 32$ , $x_3 = 50$

$$Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{56 - 50}{6} = 1$$
$$Z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{32 - 50}{6} = -3$$
$$Z_3 = \frac{x_3 - \mu}{\sigma} = \frac{50 - 50}{6} = 0$$

**التمرين الثاني:**

1) $P(Z < 0.45) = 0.6736$
2) $P(Z > 2.75) = 1 - P(Z < 2.75) = 1 - 0.9970 = 0.003$
3) $P(Z > -2) = P(Z < 2) = 0.9773$
4) $P(1 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < 1) = 0.9986 - 0.8413 = 0.1573$

**التمرين الثالث:**

X متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي متوسطه 50 و تباينه 16: $x \rightsquigarrow N(50; 16)$

1) $P(X < 58) = P\left(Z < \frac{58-50}{4}\right)$
$= P(Z < 2) = 0.9772$

2) $P(X > 55) = P\left(Z > \frac{55-50}{4}\right)$
$= P(Z > 1.25) = 1 - P(Z < 1.25)$
$= 1 - 0.8944 = 0.1056$

3) $P(X < 47) = P\left(Z < \frac{47-50}{4}\right)$
$= P(Z < -0.75) = 1 - P(Z < 0.75)$
$= 1 - 0.7734 = 0.2266$

4) $P(40 < X < 60) = P\left(\frac{40-50}{4} < Z < \frac{60-50}{4}\right)$
$= P(-2.5 < Z < 2.5)$
$= P(Z < 2.5) - P(Z < -2.5)$

$$= P(Z < 2.5) - 1 + P(Z < 2.5)$$
$$= 2\,P(Z < 2.5) - 1 = 2(0.9938) - 1$$
$$= 0.9876$$

**التمرين الرابع:**

X متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 12 و انحرافه 3: $x \backsim N(12; 9)$

حساب القيم a ,b ,c:

1) $P(X < a) = 0.88 \Longrightarrow P\left(Z < \frac{a-12}{3}\right) = 0.88$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$\frac{a-12}{3} = 1.18 \Longrightarrow a = 15.54$$

2) $P(X > b) = 0.75 \Longrightarrow P\left(Z > \frac{b-12}{3}\right) = 0.75$

$$\Longrightarrow P\left(Z < \frac{b-12}{3}\right) = 1 - 0.75 = 0.25$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$\frac{b-12}{3} = -0.68 \Longrightarrow b = 9.96$$

3) $P(b < X < c) = 0.6 \Longrightarrow P\left(\frac{b-12}{3} < Z < \frac{c-12}{3}\right) = 0.6$

$$\Longrightarrow P\left(\frac{9.96-12}{3} < Z < \frac{c-12}{3}\right) = 0.6$$
$$\Longrightarrow P\left(-0{,}68 < Z < \frac{c-12}{3}\right) = 0.6$$
$$\Longrightarrow P\left(Z < \frac{c-12}{3}\right) - 1 + P(Z < 0{,}68) = 0.6$$
$$\Longrightarrow P\left(Z < \frac{c-12}{3}\right) - 1 + 0{,}7517 = 0.6$$
$$\Longrightarrow P\left(Z < \frac{c-12}{3}\right) = 0.8483$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$\frac{c-12}{3} = 1.03 \Longrightarrow c = 15.09$$

**التمرين الخامس:**

X: م ع يمثل أطوال الطلبة.

$x \rightsquigarrow N(160; 10^2)$

1- حساب نسبة الطلبة الذين تقل أطوالهم عن 170 سم.

$$P(X < 170) = P\left(Z < \frac{170 - 160}{10}\right)$$
$$= P(Z < 1) = 0.8413$$

نسبة الطلبة الذين تقل أطوالهم عن 170 سم هي 84.13 %

2- حساب النسبة المئوية للطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 180 سم.

$$P(X > 180) = P\left(Z > \frac{180 - 160}{10}\right)$$
$$= P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9773 = 0.0227$$

نسبة الطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 180 سم هي 2.27 %

3- حساب عدد للطلبة الذين تتراوح أطوالهم بين 175 سم و 165 سم.

$$P(165 < X < 175) = P\left(\frac{165-160}{10} < Z < \frac{175-160}{10}\right)$$
$$= P(0.5 < Z < 1.5)$$
$$= P(Z < 1.5) - P(Z < 0.5)$$
$$= 0.9332 - 0.6915 = 0.2417$$

لدينا : $0.2417 \times 1000 = 241.7$

و عليه نقول أن عدد الطلبة الذين الذين تتراوح أطوالهم بين 175 سم و 165 سم هو 242 طالب.

**التمرين الخامس:**

عدد الطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 175 سم.

$$P(X > 175) = P\left(Z > \frac{175 - 160}{10}\right)$$
$$= P(Z > 1.5) = 1 - P(Z < 1.5)$$
$$= 1 - 0.9332 = 0.0668$$

لدينا : $0.0668 \times 1000 = 66.8$

و عليه نقول أن عدد الطلبة الذين تزيد أطوالهم عن 175 سم هو 67 طالب.

**التمرين السادس:**

X: م ع يمثل الرواتب الفردية في منطقة معينة.

$x \rightsquigarrow N(\mu; 1000^2)$
$P(X > 10825) = 0.88$

1- حساب متوسط الرواتب الشهرية الفردية في هذه المنطقة.

$$P(X > 10825) = 0.88 \Longrightarrow P\left(z > \frac{10825 - \mu}{1000}\right) = 0.88$$

$$\Longrightarrow P\left(z < \frac{\mu - 10825}{1000}\right) = 0.88$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$\frac{\mu - 10825}{1000} = 1.18 \Longrightarrow \mu = 12005$$

الرواتب الشهرية الفردية في هذه المنطقة هي 12005 دج.

2- حساب نسبة الأشخاص الذين تتراوح رواتبهم بين 11820 دج و 12500 دج.

$$P(11820 < X < 12500) = P\left(\frac{11820 - 12005}{1000} < Z < \frac{12500 - 12005}{1000}\right)$$
$$= P(-0.185 < Z < 0.495)$$
$$= P(Z < 0.495) - 1 + P(Z < 0.185)$$
$$= 0.6879 - 1 + 0.5714 = 0.2593$$

نسبة الطلبة الذين تتراوح رواتبهم بين 11820 دج و 12500 دج هي 25.93 %

**التمرين السابع:**

X: م ع يمث دخل الفردي اليومي.

$x \rightsquigarrow N(\mu; 100^2)$
$P(X < 800) = 0.24$

حساب قيمة متوسط الدخل اليومي في المنطقة.

$$P(X < 800) = 0.24 \Longrightarrow P\left(z < \frac{800 - \mu}{100}\right) = 0.24$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$\frac{800 - \mu}{100} = -0{,}71 \Longrightarrow \mu = 871$$

متوسط الدخل اليومي في المنطقة هو 871 دج

**التمرين الثامن:**

1) إيجاد قيمة t :

من جدول توزيع ستيودنت نجد:( المساحة على اليمين)

a) $t[0.01\ ,7] = 2.998$
b) $t[0.95\ ,14] = -t[0.05\ ,14] = -1.761$

2) إيجاد قيم $\alpha$ و $\nu$:

من جدول توزيع ستيودنت نجد: ( المساحة على اليمين)

c) $t[\alpha\ ,7] = 1.895 \Longrightarrow \alpha = 0.05$

d) $t[0.995\ , \nu] = -2.878 \Longrightarrow -t[0.005\ , \nu] = -2.878$

$$\Longrightarrow t[0.005\ , \nu] = 2.878$$

$$\Longrightarrow \nu = 18$$

**بالتوفيـــق**