

سلسلة الأعمال الموجهة (التوزيع الهندسي الزائد) 05

التمرين الأول:

سلة تحوي 14 زهرة منها 6 حمراء، سحت عشوائيا و بدون إعادة 5 زهارات أوجد:

- احتمال أن يكون من بين الزهور المسحوبة زهرتان حمراء.
- احسب التوقع الرياضي و التباين.

الحل

X : متغير عشوائي يمثل عدد الأزهار الحمراء من العينة المسحوبة.

X يتبع التوزيع الهندسي الزائد

$$N=14, M=6, n=5$$

- احتمال أن يكون من بين الزهور المسحوبة زهرتان حمراء.

$$P(X=x) = \frac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{C_6^x C_8^{5-x}}{C_{14}^5}$$

$$P(X=2) = \frac{C_6^2 C_8^3}{C_{14}^5} = 0.4195$$

- حساب التوقع:

$$E(X) = \frac{nM}{N} = \frac{5 \times 6}{14} = \frac{15}{7} = 2.142$$

حساب التباين:

$$V(X) = E(X) \frac{(N-M)(N-n)}{N(N-1)} = \frac{15}{7} \times \frac{(14-6)(14-5)}{14(14-1)} = \frac{540}{637} = 0.8477$$

التمرين الثاني:

حزمة أقلام تحتوي 9 أقلام، منها 4 أقلام سيئة الصنع اختربنا عشوائيا عينة مؤلفة من 3 أقلام من هذه الحزمة.

- أوجد دالة الكتلة الاحتمالية و التوقع و التباين لعدد الأقلام ؟

- ما احتمال أن يكون قلمان من العينة المسحوبة سيء الصنع؟
- ما احتمال أن تكون 2 أقلام على الأقل من العينة المسحوبة سيء الصنع ؟

الحل

- دالة الكتلة الاحتمالية:

X : متغير عشوائي يمثل عدد الأقلام السيئة من العينة المسحوبة.

X يتبع التوزيع الهندسي الزائد

$$N=9 \quad ; \quad M=4 \quad ; \quad n=3$$

$$P(X=x) = \frac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{C_4^x C_5^{3-x}}{C_9^3}$$

حساب التوقع:

$$E(X) = \frac{nM}{N} = \frac{3 \times 4}{9} = \frac{4}{3} = 1.33$$

حساب التباين:

$$V(X) = E(X) \frac{(N-M)(N-n)}{N(N-1)} = \frac{4}{3} \times \frac{(9-4)(9-3)}{9(9-1)} = \frac{5}{9} = 0.555$$

- احتمال أن تكون قلمان من العينة المسحوبة سيء الصنع

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{30}{84} = 0.3571$$

- احتمال أن تكون 2 أقلام على الأقل من العينة المسحوبة سيء الصنع.

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] \\ &= 1 - \left[\frac{C_4^0 C_5^3}{C_9^3} + \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} \right] = 1 - \frac{50}{84} = \frac{17}{42} = 0.4047 \end{aligned}$$